

Title	三次式ノ函数方程式就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 236 p.1049-p.1050
Issue Date	1942-05-25
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74977
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

1045. 三次式ノ函数方程式就イテ

春本 博 (神戸商船)

可測函数 $f(x)$ が整式 ax^3+bx^2+cx+d ナルタメノ
必要且ツ 充分条件ノ 一ツトシテ $\frac{f(x+y)+f(x-y)-2f(x)}{y^2}$ が
 x ノ ミノ 函数ナルコトハ, 以前雜誌函数方程式ニ於テ, 論
ジタ所デアール。次ニ連續函数 $f(x)$ が三次ノ 整式ナルタメノ
必要且ツ 充分条件ヲ次ニ考ゲヨウ。

(定理) 連續函数 $f(x)$ が整式 ax^3+bx^2+cx+d ナ
ルタメノ 必要且ツ 充分条件ハ $f(x)$ が次ノ 函数方程式ヲ満足
セシムルコトデアール。

$$(1) \int_x^y f(t) dt = \frac{1}{6}(y-x) \left\{ f(x) + f(y) + 4f\left(\frac{x+y}{2}\right) \right\}$$

(証明) 必要ナル方ハ明カデアール。次ニ充分ナルコトヲ
示サウ。(何回ニ微分シ得ルコトノ証明ハ容易)

(1) ヲ y デ微分シ次ニ x デ微分スレバ

$$(2) f'(x) - f'(y) + (y-x) f''\left(\frac{x+y}{2}\right) = 0$$

(2) ヲ x デ微分スレバ

$$f''(x) - f''\left(\frac{x+y}{2}\right) + \frac{1}{2}(y-x) f'''(\frac{x+y}{2}) = 0$$

上式ヲ y デ微分スレバ

$$(y-x) f^{(iv)}\left(\frac{x+y}{2}\right) = 0$$

上式 = 於 x 爲任意之故，結局 $f^{(iv)}(x) = 0$

即 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$